مع

سلسلة رفعة

للرياضيات متعة

أسهل

أجمل

ثالث متوسط

أبسط

ج2

تأليف

رفعه ناصر سعد العرجاني
إبتسام حسن عطيه الزهراني
أمل عطيه معيضد المزروعي
أشواق محمد أحمد الغامدي
صالحة عبد الله عسيري

مراجعة

بتول سالم موسى فاضل
مطلق زائد الحارثي

الفصل الدراسي الثاني

نسخة إلكترونية مجانية لا تباع

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية

أ/ رفعه العرجاني أ/ أمل المزروعي أ/ابتسام الزهراني
مع سلسلة رفعة الرياضيات (للرياضيات متعة)
للصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧١ تاريخه ١٤٤٢/٨/١
رقم الردمك ١ -٩٩٤٧-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

الرياضيات البسيطة
(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)
أ/ أشواق محمد المانع الغامدي
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧٢ تاريخه ١ /٨/ ١٤٤٢
رقم الردمك ٤-٧٥٠٠-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

شاهد وحل
أ/صالحه عبد الله عسيري
(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)

رقم الإيداع ١٤٤٢/٤١٧٩ تاريخه ١ /٦/ ١٤٤٢
رقم الردمك ٩-٦٤٤٥-٠٣-٦٠٣-٩٧٨

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة تعريفية لمجموعة رفعة

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة

وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية

للتعليم العام ، والانتاج الموثق لكل مايخص الرياضيات والتعليم العام

وبهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات تقدم مجموعة رفعة بين أيديكم

هذا العمل ضمن (سلسلة كتب رفعة) وتتميز هذه الكتب بمايلي :

- عرض المحتوى بصورة جذابة ومشوقه
- عروض بصرية (باركود) في كل درس
- اختبار قصير بعد كل درس (اختبر نفسك)
- ملحق للاجابات ل(اختبر نفسك) للتأكد من صحة الحل

ونطمح من خلاله إلى توصيل المفاهيم الرياضية وموضوعات المنهج بصورة سلسة وواضحة

وذلك لإفادة أبنائنا الطلاب وبناتنا الطالبات وتوفيراً لجهود مُعلمينا ومُعلماتنا الأفاضل

والله ولي التوفيق

للوصول للعروض البصرية والفيديوهات التعليمية
يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول
أو الضغط على الايقونة

قناة الرياضيات البسيطة
أ/أشواق محمد المانع الغامدي

قناة شاهد وحل
أ/صالحه عبد الله عسيري

الفصل الخامس

أنظمة المعادلات الخطية

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً		الدرس	اختبر نفسك
٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض		الدرس	اختبر نفسك
٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح		الدرس	اختبر نفسك
٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب		الدرس	اختبر نفسك
٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين		الدرس	اختبر نفسك

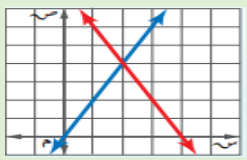
تذكر:
التمثيل البياني للمعادلات الخطية

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين
- أحل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً

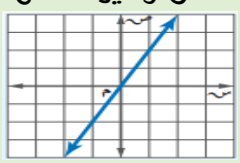
عدد الحلول الممكنة عند حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

حل واحد فقط
متسق ومستقل



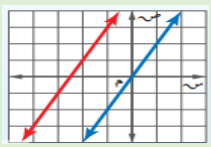
المستقيمان متقاطعة في نقطة واحدة

عدد لانهائي من الحلول
متسق وغير مستقل



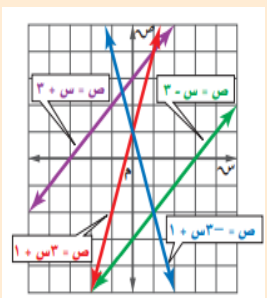
المستقيمان متطابقان

لايوجد حل
غير متسق



المستقيمان متوازيان

من التمثيل البياني التالي حدد ما إذا كل نظام فيما يأتي متسقاً أم غير متسق ، ومستقلاً ام غير مستقل



ص = -٣س + ١
ص = ٣س + ١

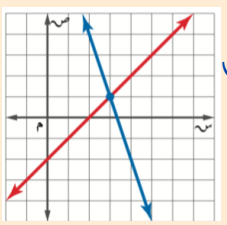
بما أن المستقيمان متقاطعة في نقطة واحدة ، فهناك حل واحد فقط ويكون النظام متسق مستقل

ص = س + ٣
ص = س - ٣

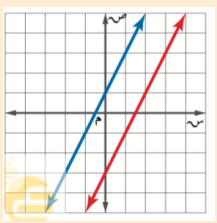
بما أن المستقيمان متوازية فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً وأوجد حلوله وإذا كان واحداً فاكتبه

ص = -٣س + ١٠
ص = س - ٢



٢س - ص = -١
٤س - ٢ص = ٦



يظهر من التمثيل البياني ان المستقيمان يتقاطعان في النقطة (٣ ، ١) ويمكن التحقق من ذلك بالتعويض عن س ب٣ وعن ص ب١ ونجد أنها صحيحة إذاً للنظام حل واحد وهو (٣ ، ١)

بما أن للمعادلتين الميل نفسه ومقطعاهما الصاديان مختلفان فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان وبما أنهما لايتقاطعان في أي نقطة فلايوجد حل للنظام

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي الأنظمة الآتية له حل واحد ؟			
أ) ص = -٣س + ٤ -٦س — ٢ص = - ٨	ب) س- ٢ ص = ٨ ٢ س = ٤ ص + ٩	ج) ص = ٥ س + ١ ٤ س + ص = ١٠	د) س + ص = ١ ص = ٣ — س

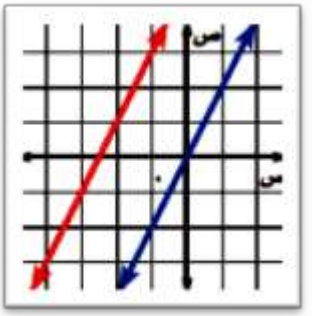
٢- اكمل الفراغ التالي :

١- إذا كان م١ ≠ م٢ فإن الخطان متقاطعان والنظام .....

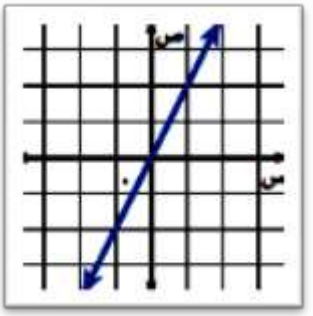
٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كان النظام غير متسق فإن له عدد لانهائي من الحلول ( )

٤- من الرسم نوع كل نظام :



.....



.....

٥- عدد حلول كل نظام إن وجد :

١)

ص = -٢س-٣

ص= - ٢س - ٣

.....

٢)

ص = ٢س + ٣

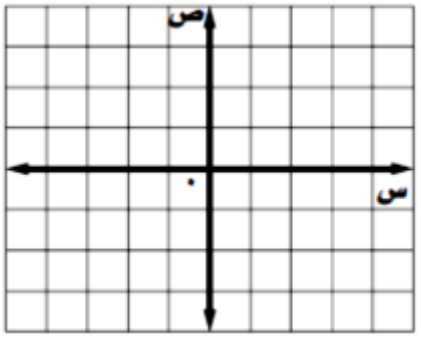
ص = س + ٥

.....

٦- مثل النظام بيانيا و أوجد عدد حلوله . وإن كان واحدا فاكتبه:

ص = س — ١

ص = س + ٢



٥-٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

تذكر:
حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانياً

ماذا سأتعلم ؟!
- أحل نظام مكون من معادلتين بالتعويض
- أحل مسائل من واقع الحياة باستعمال التعويض

حل نظام بالتعويض

مثلاً: استعمل التعويض لحل النظام التالي س = ص-٢ ، ٤س + ص = ٢

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س أعوض في المعادلة الثانية عن س بـ (ص-٢)

٤(ص-٢) + ص = ٢ ٤ص - ٨ + ص = ٢

٥ص - ٨ = ٢ ٥ص = ١٠ ص = ٢

ثانياً: أعوض في المعادلة الأولى عن ص بـ (٢)

س = ٢-٢ س = ٠ إذاً الحل هو (٠ ، ٢)

إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣ = ٧ فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة

أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٤ = ٤ فهناك عدد لانهائي من الحلول

مثلاً: ص = ٢س - ٤

-٦س + ٣ص = -١٢

الحل / نعوض عن ص بـ (٢س - ٤)

-٦س + ٣ (٢س - ٤) = -١٢

-٦س + ٦س - ١٢ = -١٢ ← -١٢ = -١٢

الجملة الناتجة تشكل متطابقة ، لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول

مثلاً: ص = ٢س - ٣

٢س - ص = ٨

الحل / نعوض عن ص بـ (٢س - ٣)

٢س - (٢س - ٣) = ٨

٢س - ٢س + ٣ = ٨ ← ٣ = ٨

بما أن الجملة الناتجة خطأ لذا لا يوجد حل للنظام

كتابة نظام من معادلتين وحله باستعمال التعويض

إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س ، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤°على قياس الزاوية ص .

(١) أكتب نظام من معادلتين لتمثيل هذا الموقف

الحل / النظام لهذا الموقف س + ص = ١٨٠ ، س = ص + ٢٤

(٢) أوجد قياس كل زاوية؟ بالتعويض عن س بـ (ص + ٢٤) في المعادلة الأولى ← ص + ص + ٢٤ = ١٨٠

٢ص + ٢٤ = ١٨٠ ← ٢ص = ١٥٦ ← ص = ٧٨°

ثم نعوض عن ص بـ (٧٨) في المعادلة الثانية س = ص + ٢٤ ← س = ٧٨ + ٢٤ ← س = ١٠٢°

اختبر نفسك

١- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- للنظام ٤ س − ٣ ص = ١ ، ٦ ص − ٨ س = −٢ عدد لانهائي من الحلول ( )

٢- حل النظام المكون من المعادلتين ص = ٤ س − ٦ ، ٥ س + ٣ ص = −١ هو (١ ، ٢) ( )

٢ - حل النظام الآتي مستعملا التعويض

٤س + ص = ٢

س − ص = − ٢

٣- هندسة : إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س ، ص يساوي ١٢٠° ، و قياس الزاوية س يزيد بمقدار ٤٦ °على قياس الزاوية ص ، فأجب عما يأتي :

أ) اكتب نظاما من معادلتين لتمثيل هذا الموقف .

ب) أوجد قياس كل زاوية .

٥-٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

تذكر:
حل نظام معادلتين بالتعويض

ماذا سأتعلم ؟!
- حل نظام من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع
- حل نظام من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح

الحذف بالجمع

استعمل الحذف لحل النظام

س + ص = ٤

س − ص = ٨

الحل / أجمع المعادلتين

س + ص = ٤

\+

س − ص = ٨

٢س = ١٢

أقسم الطرفين على ٢ ← $\frac{٢س}{٢} = \frac{١٢}{٢}$ ← س = ٦

أعوض عن س بـ (٦) في أحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص

٦ + ص = ٤ ← ص = −٢

الحل هو (٦ ، −٢)

الحذف بالطرح

استعمل الحذف لحل النظام

أ + ٤ب = −٤

أ + ١٠ ب = −١٦

الحل / أطرح المعادلتين

أ + ٤ب = −٤

\−

أ + ١٠ ب = −١٦

−٦ب = ١٢

اقسم الطرفين على −٦ ← $\frac{−٦ب}{−٦} = \frac{١٢}{−٦}$ ← ب = −٢

أعوض عن ب بـ (−٢) في أحدى المعادلتين لإيجاد قيمة أ

أ + ٤ (−٢) = −٤ ← أ − ٨ = −٤ ← أ = ٤

الحل هو (٤، −٢)

كتابة نظام من معادلتين وحله بالحذف (الجمع أو الطرح)

مثلاً: ماالعددان اللذان مجموعهما ٢٤ وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

الحل / نفرض أن العددان هما س ، ص

س + ص = ٢٤ ، ٥س − ص = ١٢

أجمع المعادلتين

س + ص = ٢٤

\+

٥س − ص = ١٢

٦س = ٣٦ ← س = ٦

بالتعويض عن س بـ (٦) في أحدى المعادلتين ٦ + ص = ٢٤ ← ص = ١٨

إذاً العددان هما (٦، ١٨)

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- عددان مجموعها ٤١ و الفرق بينهما ١١ فما العدد الأكبر ؟			
أ) ٥٢	ب) ٣٠	ج) ١٥	د) ٢٦
٢- حل النظام : ٧ ب + ٣ م = – ٦ هو : ٧ ب – ٢ م = – ٣١			
أ) (– ٣ ، ٧)	ب) (– ٣ ، ٥)	ج) (٢٥ ، – ٣)	د) (٧ ، ٥)

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- إذا كان ٢ س + ٣ ص = ٣ ، – ٢س + ص = ٥ فإن قيمة ص = ...

٣ - حل الأنظمة الآتية مستعملا الحذف .

١) س + ص = ٥
س – ص = ٧

٢) ٦ س – ٢ ص = ١
١٠ س – ٢ص = ٥

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

تذكر:
حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أحل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب
- ☑ أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن انظمة من معادلتين

ضرب أحد المعادلتين لحذف أحد متغيرين

استعمل الحذف لحل النظام

٢س + ٥ص = ١١

٤س + ٣ص = ١

أضرب المعادلة الأولى في (٢) فيصبح النظام

٤س + ١٠ص = ٢٢ أضرب في ٢

٤س + ٣ص = ١٠ أطرح

٧ ص = ٢١ قسمة الطرفين على ٧

← ص = ٣

ثم التعويض عن ص في احدى المعادلات (باختيار المعادلة الأولى)

٢س + ٥ (٣) = ١١ ٢س + ١٥ = ١١

٢س = -٤ ← س = -٢

الحل هو (-٢ ، ٣)

ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل النظام

٣س + ٤ص = ٢٩

٦س + ٥ص = ٤٣

أضرب المعادلة الأولى في (٦)

والمعادلة الثانية في (٣) فيصبح النظام

١٨ س + ٢٤ص = ١٧٤ أضرب في ٦

١٨ س + ١٥ص = ١٢٩ أضرب في ٣

٩ص = ٤٥ قسمة الطرفين على ٩

← ص = ٥

ثم التعويض عن ص في احدى المعادلات (باختيار المعادلة الأولى)

٣س + ٤ (٥) = ٢٩ س + ٢٠ = ٢٩

٣س = ٩ ← س = ٣

الحل هو (٣ ، ٥)

كتابة نظام من معادلتين وحله باستعمال الحذف بالضرب

مثلاً : ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة ؟

الحل / نفرض أن العددان هما ت ، ر ٧ت + ٣ر = -١ ، ت + ر = -٣

لحل النظام نضرب المعادلة الثانيه في ٧ ثم نطرح

٧ت + ٣ر = -١

٧ت + ٧ر = -٢١

-٤ر = ٢٠ أقسم الطرفين على -٤ ← ر = -٥

أعوض عن ر بـ (-٥) في إحدى المعادلات (باختيار المعادلة الثانية)

ت + (-٥) = -٣ ← ت = ٢

إذاً العددان هما (٢ ، -٥)

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي : ٦ س + ٢ ص = ٢ هو : ٤ س + ٣ ص = ٨			
أ) (٤ ، -١)	ب) (١،٤)	ج) (-١،٤)	د) (١ ، -٤)

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- - إذا كان ٤ س + ٢ ص = ٨ ، ٣س + ٣ص = ٩ فإن قيمة س = ...

٣ - حل النظام الآتي مستعملا الحذف .

٧ س + ٣ ص = ٢٧

٢ س - ص = ٤

٤ - ما العددان اللذان مثلي أحدهما زائد خمسة أمثال الآخر يساوي خمسة و الفرق بينهما يساوي ستة ؟

٥-٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

تذكر:
حل نظام من معادلتين بالتعويض أو الحذف

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أحدد افضل الطرق لحل نظام من معادلتين
- ☑ أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية

تعلمنا سابقاً خمس طرائق لحل أنظمه لحل المعادلات الخطية والجدول أدناه بين أفضل حالة لاستعمال كلاً منها

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول فالتمثيل البياني غالباً لايُعطى حل دقيق
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو -١
الحذف بالجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوساً جمعياً للآخر
الحذف بالطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين
الحذف بالضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات ١ أو -١ وليس من السهل التخلص من المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما

مثلاً: حدد أفضل طريقة لحل الأنظمة الآتية : ثم حلها

س - ص = ٩

٧ س + ص = ٧

أفهم / لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين أنظر الى معاملي كل حد

خطط/ بما أن أحد معاملي ص في إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها في المعادلة الأخرى إذن استعمل الحذف بالجمع

حل / س - ص = ٩

+ ٧ س + ص = ٧

٨ س = ١٦

اقسم الطرفين على ٨ ← س = ٢

أعوض عن س بـ (٢) في أحدى المعادلات

٢ - ص = ٩ ← ص = -٧

الحل هو (٢ ، -٧)

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل

آثار : يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن الشعلان في القريات وقصر صاهود في الاحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع ، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع ، أوجد مساحة كل قصر منها

الحل / نفرض أن مساحة قصر ابن شعلان هي س ومساحة قصر صاهود هي ص

س + ص = ١٣٠٠٠

- -٢ س + ص = ٤٠٠٠

٣ س = ٩٠٠٠ بقسمة الطرفين على ٣

س = ٣٠٠٠ (مساحة قصر ابن شعلان)

أعوض عن س في أحدى المعادلات

٣٠٠٠ + ص = ١٣٠٠٠

ص = ١٠٠٠٠ (مساحة قصر صاهود)

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١-أفضل طريقة لحل النظام ٥س+٦ص = -٨ وَ ٢س+٣ص = -٥ هي :

أ) الحذف بالطرح	ب) الحذف بالتعويض	ج) الحذف بالضرب	د) الحذف بالجمع

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- أفضل طريقة لحل النظام ٤س+ ص = ٣ وَ ص = -٤س — ١ هي .....

٣ - حدد أفضل طريقة لحل النظام الآتي ثم حله :

٥ س + ٨ ص = ١

-٢ س + ٨ ص = - ٦

٤- تسوق : اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالا ، و اشترى عبدالرحمن كراسة و حقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالا .

أ) اكتب نظاما من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

ج) حل النظام .

ملحق الإجابات

الفصل الخامس

٥ – ١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي الأنظمة الآتية له حل واحد ؟			
أ) ص = –٣س + ٤ – ٦س – ٢ص = – ٨	ب) س– ٢ ص = ٨ ٢ س = ٤ ص + ٩	ج) ص = ٥ س + ١ ٤ س + ص = ١٠	د) س + ص = ١ ص = ٣ – س

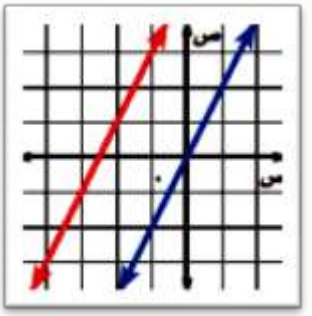
٢- اكمل الفراغ التالي :

١- إذا كان م١ ≠ م٢ فإن الخطان متقاطعان والنظام متسق و مستقل

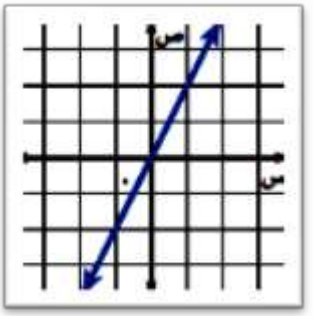
٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كان النظام غير متسق فإن له عدد لانهائي من الحلول (×)

٤- من الرسم نوع كل نظام :



غير متسق



متسق و غير مستقل

٥- عدد حلول كل نظام إن وجد :

١)

ص = –٢س–٣

ص= – ٢س – ٣

لا نهائي

٢)

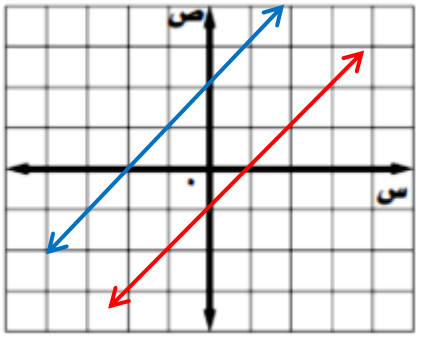
ص = ٢س + ٣

ص = س + ٥

حل واحد

٦- مثل النظام بيانيا و أوجد عدد حلوله . وإن كان واحدا فاكتبه: ص = س – ١

ص = س + ٢



بما أن للمعادلتين الميل نفسه و مقطعهما الصاديان مختلفان فالمستقيمان الممثلان للمعادلتين متوازيان و بما انهما لا يتقاطعان في أي نقطة فلا يوجد حل للنظام

٥ – ٢ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

اختبر نفسك

١- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- للنظام ٤ س – ٣ ص = ١ ، ٦ ص – ٨ س = – ٢ عدد لانهائي من الحلول (✓)

٢- حل النظام المكون من المعادلتين ص = ٤ س – ٦ ، ٥ س + ٣ ص = – ١ هو (١ ، ٢) (✗)

٣ – حل النظام الآتي مستعملا التعويض

٤ س + ص = ٢

س – ص = – ٢

حل المعادلة الأولى بالنسبة للمتغير ص

٤ س + ص – ٤ س = ٢ – ٤ س

ص = ٢ – ٤ س

عوض عن ص ب (٢ – ٤ س) في المعادلة الثانية لإيجاد قيمة س

س – (٢ – ٤ س) = – ٢

س – ٢ + ٤ س = – ٢

٥ س = – ٢ + ٢

٥ س = ٠ س = ٠

اوجد قيمة ص بالتعويض في المعادلة الأولى

٤ س + ص = ٢

٤ (٠) + ص = ٢

ص = ٢

مجموعة حل النظام هو (٠ ، ٢)

٤- هندسة : إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س ، ص يساوي ١٢٠ °، و قياس الزاوية س يزيد بمقدار ٤٦° على قياس الزاوية ص ، فأجب عما يأتي :

أ) اكتب نظاما من معادلتين لتمثيل هذا الموقف .

س + ص = ١٢٠

س = ص + ٤٦

ب) أوجد قياس كل زاوية .

بالتعويض عن س ب (ص + ٤٦) في المعادلة الأولى

ص + ٤٦ + ص = ١٢٠

٢ ص + ٤٦ = ١٢٠

٢ ص = ١٢٠ – ٤٦

٢ ص = ٧٤

ص = ٣٧°

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى لإيجاد قيمة س

س + ٣٧ = ١٢٠

س = ١٢٠ – ٣٧

س = ٨٣°

٥ – ٣ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- عددان مجموعها ٤١ و الفرق بينهما ١١ فما العدد الأكبر ؟			
أ) ٥٢	ب) ٣٠	ج) ١٥	د) ٢٦
٢- حل النظام : ٧ ب + ٣ م = – ٦ هو : ٧ ب – ٢ م = – ٣١			
أ) (– ٣ ، ٧)	ب) (– ٣ ، ٥)	ج) (٢٥ ، – ٣)	د) (٧ ، ٥)

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- إذا كان ٢ س + ٣ ص = ٣ ، – ٢س + ص = ٥ فإن قيمة ص = ٢

٣ – حل الأنظمة الآتية مستعملا الحذف .

١) س + ص = ٥

س – ص = ٧

اجمع المعادلتين /

س + ص = ٥

\+ س – ص = ٧

٢ س = ١٢ (قسمة الطرفين على ٢)

س = ٦

عوض عن س = ٦ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص

س + ص = ٥ المعادلة الأولى

٦ + ص = ٥

٦ + ص – ٦ = ٥ – ٦

ص = – ١ ⟵ حل النظام هو (٦ ، – ١)

٢) ٦ س – ٢ ص = ١

١٠ س – ٢ص = ٥

اطرح المعادلتين /

٦ س – ٢ ص = ١

\– ١٠ س – ٢ص = ٥

– ٤ س = – ٤ (قسمة الطرفين على – ٤)

س = ١

عوض عن س = ١ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص

٦س – ٢ص = ١ المعادلة الأولى

٦ (١) + ٢ص = ١

٦ + ٢ص – ٦ = ١ – ٦

– ٢ص = – ٥ (قسمة الطرفين على – ٢)

ص = $\frac{٥}{٢}$ ⟵ حل النظام هو (١ ، $\frac{٥}{٢}$)

٥ – ٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي : ٦ س + ٢ ص = ٢ هو : ٤ س + ٣ ص = ٨			
أ) (٤ ، -١)	ب) (١،٤)	ج) (-١،٤)	د) (١ ، -٤)

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- إذا كان ٤ س + ٢ ص = ٨ ، ٣س + ٣ص = ٩ فإن قيمة س = ١

٣ - حل النظام الآتي مستعملا الحذف .

٧ س + ٣ ص = ٢٧

٢ س – ص = ٤

اضرب المعادلة الثانية في (٣) فيصبح النظام

٧ س + ٣ ص = ٢٧ جمع المعادلتين

+ ٦س – ٣ ص = ١٢

١٣ س = ٣٩ (قسمة الطرفين على ١٣)

س = ٣

ثم التعويض عن ص في إحدى المعادلتين (باختيار المعادلة الثانية)

٢ (٣) – ص = ٤

٦ – ص = ٤

ص = ٦ – ٤

ص = ٢

مجموعة حل النظام هو (٣ ، ٢)

٤- ما العددان اللذان مثلي أحدهما زائد خمسة أمثال الآخر يساوي خمسة و الفرق بينهما يساوي ستة ؟

نفرض ان العددان هما س ، ص

٢ س + ٥ ص = ٥

س – ص = ٦

اضرب المعادلة الثانية في (٢) فيصبح النظام

٢ س + ٥ ص = ٥

– ٢س – ٢ص = ١٢

٧ ص = – ٧ (قسمة الطرفين على ٧)

ص = – ١

ثم التعويض عن ص = – ١ في إحدى المعادلتين (باختيار المعادلة الثانية)

س – (– ١) = ٦

س + ١ = ٦

س = ٥

العددان هما (٥ ، – ١)

٥ – ٥ تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١-أفضل طريقة لحل النظام ٥س+٦ص = –٨ وَ ٢س+٣ص = –٥ هي :

أ) الحذف بالطرح	ب) الحذف بالتعويض	ج) الحذف بالضرب	د) الحذف بالجمع

٢- اكمل الفراغ التالي :

١- أفضل طريقة لحل النظام ٤س+ ص = ٣ وَ ص = –٤س – ١ هي الحذف بالتعويض

٣ – حدد أفضل طريقة لحل النظام الآتي ثم حله :

٥ س + ٨ ص = ١

–٢ س + ٨ ص = – ٦

أفضل طريقة / الحذف باستعمال الطرح

اطرح المعادلتين /

٥ س + ٨ ص = ١

– ٢ س + ٨ ص = – ٦

٧ س = ٧ (قسمة الطرفين على ٧)

س = ١

عوض عن س = ١ في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة ص

٥س + ٨ص = ١ المعادلة الأولى

٥ (١) + ٨ص = ١

٥ + ٨ص – ٥ = ١ – ٥

٨ص = – ٤ (قسمة الطرفين على ٨)

ص = $\frac{-١}{٢}$ حل النظام هو (١ ، $\frac{-١}{٢}$)

٤- تسوق : اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالا ، و اشترى عبدالرحمن كراسة و حقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالا .

أ) اكتب نظاما من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

س = ثمن الكراسة ، ص = ثمن الحقيبة

٤ س + ٣ ص = ١٨١

س + ٢ ص = ٩٤

ب) حل النظام .

اضرب المعادلة الثانية في (٤) فيصبح النظام

٤ س + ٣ ص = ١٨١

٤ س + ٨ ص = ٣٧٦

– ٥ ص = – ١٩٥ (قسمة الطرفين على –٥)

ص = ٣٥

ثم التعويض عن ص في إحدى المعادلتين (باختيار المعادلة الثانية)

س + ٢ (٣٥) = ٩٤ ← س + ٧٠ = ٩٤

س = ٢٤

ثمن الكراسة = ٢٤ ريالا و ثمن الحقيبة = ٣٥ ريالا

الفصل السادس: كثيرات الحدود

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
ضرب وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
قسمة وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك
جمع كثيرات الحدود وطرحها			الدرس	اختبر نفسك
ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود			الدرس	اختبر نفسك
ضرب كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك
حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

٦-١ ضرب وحيدة الحد

تذكر:
إجراء العمليات على العبارات الأسية.

ماذا سأتعلم ؟!
- أضرب وحيدات الحد
- أبسط عبارات تتضمن وحيدات الحد .

وحيدات الحد : هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأُسس صحيحة غير سالبه .

أمثلة
- ٢٣ : وحيدة حد لإنها عدد.
- ٥س : وحيدة حد لإنها حاصل ضرب عدد في متغير.
- $\frac{٢س}{ص}$ ليست وحيدة حد لإنها تتضمن متغير في المقام .
- ٢س + ٤ : ليست وحيدة حد لإنها تتضمن عمليه الجمع لذا فهي مكونه من اكثر من حد

العمليات على وحدات الحد

ضرب القوى
لضرب قوتين لهما الاساس نفسه اجمع أُسيهما.

مثال

$(٢س^{٥})(٧س^{٣})$

$= (٢ \times ٧)(س^{٥+٣})$

$= ١٤س^{٨}$

قوة القوة
لإيجاد قوة القوة نضرب الاسس.

مثال

$(ع^{٢})^{٧} = ع^{١٤}$

$[(ب^{٢})^{٣}]^{٢} = ب^{١٢}$

قوة حاصل الضرب
لإيجاد قوة حاصل الضرب اجد قوة كل عامل.

مثال

$(٣س^{٥}ص)^{٣}$

$= (٣)^{٣}(س^{٥})^{٣}(ص)^{٣}$

$= ٢٧س^{١٥}ص^{٣}$

تبسيط العبارات التي تتضمن وحيدات حد

تبسيط عبارة تتضمن وحيدات حد يعني أن
١) يظهر كل متغير على صورة اساس مرة واحدة .
٢) لاتتضمن العبارة قوة قوة.
٣) تكون جميع الكسور في ابسط صورة .

مثال

$(-٢جـ^{٣}هـ)(-٣جـل^{٤})^{٢}(جـهـل)^{٢}$

$= -٢جـ^{٣}هـ(-٣)^{٢}(جـ)^{٢}(ل^{٤})^{٢}(جـ)^{٢}(هـ)^{٢}(ل)^{٢}$

$= -٢(٩)جـ^{٣}جـ^{٢}جـ^{٢}هـ^{٢}هـل^{٢}ل^{٨}$

$= -١٨جـ^{٧}هـ^{٣}ل^{١٠}$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :			
أ) $\frac{\text{س ص ع}^{٢}}{٢}$	ب) $\frac{\text{م ف}^{-٢}}{\text{ن}}$	ج) ٢٣أب جـ د^{٢}	د) ٣س^{٢} ص^{٣} ك^{٦}
٢- تبسيط العبارة (٦ن^{٣}) (٢ن^{٧}) =			
أ) ١٢ ن^{١٠}	ب) ٨ ن^{١٠}	ج) ٨ ن^{٤}	د) ١٢ ن^{٢١}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^{٣} , وعرضه ٥ س^{٢} فإن مساحته تساوي .....

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة .....

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس ( )

٢ - العبارة س - ٢١ وحيدة حد ( )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

(٥ م^{٤} ف) (٧ م^{٤} ف^{٣})

(-٢ ف^{٢} ج^{٣} ل^{٢})^{٣}

[(٢ ٣)^{٢}]^{٢}

تذكر:
ضرب وحيدات الحد

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية .
- ☑ أجد ناتج قسمة وحيدتي حد.

٦-٢ قسمة وحيدات الحد

قسمة القوى
عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرح أُسيهما
(أُ البسط - أُس المقام)

مثال

$$\frac{١٠ س^{٤}}{٢ س^{٢}} = (\frac{١٠}{٢})(س^{٤-٢}) = ٥ س^{٢}$$

قوى القسمة
لإيجاد قوة القسمة
أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام

مثال

$$(\frac{٣ س^{٤}}{٤})^{٣} = \frac{(٣ س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{(٣)^{٣}(س^{٤})^{٣}}{(٤)^{٣}} = \frac{٢٧ س^{١٢}}{٦٤}$$

خاصية الاس الصفري
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي واحد

مثال

$$(٢ س)^{٠} = ١$$
$$(١٢)^{٠} = ١$$

خاصية الأُسس السالبة
أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة سالبة
يساوي مقلوب هذا العدد

مثال

$$\frac{ف^{-٣} جـ^{٢}}{هـ^{-٤}} = \frac{هـ^{٤} جـ^{٢}}{ف^{٣}}$$

رتبة المقدار

تستعمل رتبة المقدار لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعه وتعبر عن العدد مقرباً الى أقرب قوى العشرة

مثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠ مقرباً الى أقرب قوى العشرة هو $١٠^{٦}$ أو ١٠٠٠٠٠٠ لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠ هي $١٠^{٦}$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $\frac{م^{٤} ن^{٢}}{م^{٢} ن}$ =			
أ) $\frac{ن^{٢}}{م}$	ب) $\frac{م^{٢}}{ن}$	ج) $م^{٢} ن$	د) $م^{٢} ن^{٣}$
٢- تبسيط العبارة $\frac{ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}}{ب^{٢} جـ}$ =			
أ) $ب^{٢} جـ$	ب) $ب^{٤} جـ^{٢} د$	ج) $ب^{٤} د$	د) $ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة .....

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس ( )

٢ - تبسيط العبارة $(٣ س^{٢} ص)^{٠}$ = $٣ س^{٢} ص$ ( )

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$\frac{ر^{٤} ن^{٧} ف^{٢}}{ن^{٧} ف^{٢}}$

$\frac{ر^{٣} ن^{-١} س^{-٥}}{ن س^{٥}}$

$\left(\frac{٤ س^{٣}}{٣ ص^{٤}} \right)^{٣}$

تذكر:
تمييز وحدات الحد وخصائصها

٦ـ٣ كثيرات الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أجد درجة كثيرة الحدود
- أكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية .

كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد ، وتسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود

وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماءً خاصة منها

وحيدة الحد
هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر
مثل : ٥س

ثنائية الحدود
هي عبارة عن مجموع وحيدتي حد في ابسط شكل
مثل: س + ٣

ثلاثية الحدود
هي عبارة عن مجموع ثلاث وحيدات حد في ابسط شكل
مثل : ٢س^{٢} + س + ٨

درجة كثيرة الحدود

إذا كانت وحيدة حد
درجتها هي مجموع اسس كل متغيراتها

مثال : ٢ س^{٣} ص
من الدرجة الرابعه لان مجموع الأُسس (٣ + ١) = ٤

اذا كانت كثيرة حدود
نوجد درجة كل حد من كثيرة الحدود وأعلى درجة منها هي درجة كثيرة الحدود مع العلم ان درجة الثابت تساوي صفر

مثال : ٥ع + ٣ ع^{٢} س + ٢
الحد الأول: ٥ع من الدرجة الاولى
الحد الثاني : ٣ ع^{٢} س من الدرجة الثالثة
الحد الثالث : ٢ (حد ثابت) درجته صفر
أعلى درجة منها الثالثة
إذن كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

كثيرات الحدود بالصورة القياسية

الصيغة القياسية لكثرة الحدود
كتابة الحدود بالترتيب التنازلي حسب درجتها

المعامل الرئيس
معامل أول حد لكثيرة الحدود بعد كتابتها بالصيغة القياسية

مثال : أكتب كثيرة الحدود ٥س^{٢} + ٤س^{٣} ع + ٨س + ١٢
بالصيغة القياسية وحدِّد المعامل الرئيس
الحل: الخطوة الاولى : احدد درجة كل حد

٢	٤	١	٠
٥س^{٢}	+ ٤س^{٣} ع	+ ٨س	+ ١٢

الخطوة الثانية : أكتب الحدود بالترتيب التنازلي لدرجاتها
٤س^{٣} ع + ٥س^{٢} + ٨ س + ١٢
فيكون المعامل الرئيس هو ٤

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود ٢ س^{٢} - ٤ س - ٦ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د^{٥} ب^{٣} هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - درجة كثيرة الحدود ٤ س^{٥} + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة ( )

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

كثيرة الحدود	مجموع أسس كل متغيراتها
درجة وحيدة الحد	أكبر درجة لأي حد من حدودها
درجة كثيرة الحدود	هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية , وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س^{٢} + ٣ + ٣ س^{٣} + ٣ س

ماذا سأتعلم ؟!

- ☑ أجمع كثيرات حدود
- ☑ أطرح كثيرات حدود

تذكر :

كتابة كثيرات الحدود بالصورة القياسية .

٦ـ٤ جمع كثيرات الحدود

جمع كثيرات الحدود

يتم جمع كثيرات الحدود بجمع الحدود المتشابهه

مثال: $(٣س^{٢} + ٥س + ٧) + (٤س^{٢} + ٦س + ١)$

$[٣س^{٢} + ٤س^{٢}] + [٥س + ٦س] + [٧ + ١]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٧س^{٢} + ١١س + ٨$

طرح كثيرات الحدود

يمكن طرح كثيرة الحدود بإضافة نظيرها الجمعي

مثال : $(٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) - (٢ص^{٢} + ٣ص + ٢)$

$= (٤ص^{٢} + ٦ص + ٩) + (-٢ص^{٢} - ٣ص - ٢)$ بإضافة النظير الجمعي

$= [٤ص^{٢} - ٢ص^{٢}] + [٦ص - ٣ص] + [٩ - ٢]$ بجمع الحدود المتشابهه

$= ٢ص^{٢} + ٣ص + ٧$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =			
أ) ٥ ص + ٦	ب) ص - ٤	ج) - ص - ٦	د) - ص - ٤

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة ( )

٣ - أوجد ناتج مايلي :

(س ٢ ص - ٣ س ٢ + ص) + (٣ ص - ٢ س ٢ ص)

(٨ ص - ١٠ + ٥ ص ٢) - (٧ - ص ٢ + ١٢ ص)

٤ - اكتشف الخطأ : يجد كل من ثامر و سلطان ناتج : (٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢) . فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

ثامر

(٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢)
= (٢ س ٢ - س) + (- ٣ س + ٣ س ٢ - ٢)
= ٥ س ٢ - ٤ س - ٢

سلطان

(٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢)
= (٢ س ٢ - س) + (- ٣ س - ٣ س ٢ - ٢)
= - س ٢ - ٤ س - ٢

.....

تذكر:

ضرب وحيدات الحد.

٦ـ٥ ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود

ماذا سأتعلم ؟!

- أضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
- أحل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدات حد في كثيرات حدود

ضرب وحيدة حد في كثيره حدود

لإيجاد حاصل ضرب كثيرة حدود في وحيدة حد نستعمل خاصية التوزيع

مثال : ٢س (٥س +٧)

=٢س(٥س) + ٢س(٧) خاصية التوزيع

=١٠س^{٢} +١٤س بالضرب

تبسيط العبارات التي تتضمن ضرب كثيرات الحدود

مثال : ٤د (٥د + ٣) ـ ٢(٢د^{٢} +٩)

=٤د(٥د) + ٤د (٣) ـ٢(٢د^{٢})ـ٢(٩) خاصية التوزيع

=٢٠د^{٢} + ١٢د ـ٤د^{٢} ـ ١٨ بالضرب

=(٢٠د^{٢} ـ٤د^{٢}) + ١٢د ـ١٨ خاصية التجميع

=١٦د^{٢} +١٢د ـ١٨ بتجميع الحدود المتشابهه

معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

نستطيع حل معادلات تتضمن حاصل ضرب وحيدة حد بكثيرة حدود باستعمال خاصية التوزيع

مثال: س(س+٣) ـ س(س ـ٤) = ٩س ـ١٦

س(س) +س(٣) ـ س(س) ـ س(ـ٤) = ٩س ـ١٦. بالتوزيع

س^{٢} +٣س ـ س^{٢} +٤س = ٩س ـ٦ بالضرب

٧س = ٩س ـ٦ بالتجميع

٧س ـ٩س = ـ٦ بإضافة ـ٩س في الطرفين

ـ٢س = ـ٦ س =٣ بالقسمة على ـ٢

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج ٣س^{٢} (٢س^{٢} - س) =			
أ) ٥ س^{٤} - ٣ س^{٣}	ب) ٦س^{٤} - ٣س^{٢}	ج) ٥ س^{٤} - ٣س	د) ٦س^{٤} - ٣س^{٣}
٢-حل المعادلة ٣ (٢ ن - ٦) = - ٤ (ن - ٣) هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٦	د) ٧

٢- أوجد ناتج الضرب :

- ٣ ل^{٤} ر^{٣} (٢ ل^{٢} ر^{٤} - ٦ ل^{٦} ر^{٣} - ٥)

٣- بسط العبارة س (٣ س^{٢} + ٤) + ٢ (٧ س - ٣)

٤- حل المعادلة ن (٢ ن + ٣) - ١٨ = ٢ ن (ن - ٣)

٥ - اشترى أحمد تلفازا جديدا . ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها , بالإضافة إلى ٥ بوصات , و عرضها ٣٠ بوصة . أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات .

٦_٦ ضرب كثيرات الحدود

تذكر:
ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أضرب كثيرات الحدود باستعمال خاصية التوزيع
- أضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ضرب ثنائيتي حد

تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائيتي حد
ويمكن ضرب ثنائيتي حد بإحدى الطريقتين

الطريقة الافقية

مثال: أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$=(س)(س)+(س)(٢)+(٥)(س)+(٥)(٢)$

$=س^{٢}+٢س+٥س+١٠$ بالضرب

$س^{٢}+٧س+١٠$ بجمع الحدود المتشابهه

الطريقة الرأسية

مثال : أوجد ناتج الضرب

$(س+٥)(س+٢)$

$$\begin{array}{r} س+٥ \\ \times\ س+٢ \\ \hline س^{٢}+٥س \\ +\ \ ٢س+١٠ \\ \hline س^{٢}+٧س+١٠ \end{array}$$

نلاحظ انه عند ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية. العبارة التربيعية هي ذات متغير واحد من الدرجة الثانية .ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية ،هي عبارة من الدرجة الثالثة

طريقة التوزيع بالترتيب

هي ناتج جمع كل من :ضرب الحدين الأولين ،وضرب الحدين في الطرفين، وضرب الحدين الأوسطين ،وضرب الحدين الأخيرين بالترتيب

مثال: $(س+٢)(س+٣)$

ناتج ضرب الحدين الأولين	ناتج ضرب الحدين في الطرفين	ناتج ضرب الحدين الأوسطين	ناتج ضرب الحدين الأخيرين
$=(س)(س)$	$+(س)(٣)$	$+(٢)(س)$	$+(٢)(٣)$
$=س^{٢}$	$+٣س$	$+٢س$	$+٦$

$=س^{٢}+٥س+٦$

يمكن استعمال خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب كثيرات حدود تحتوي على اكثر من حدين

مثال:$(ص+٧)(ص^{٢}+٥ص+٤)$ $=ص(ص^{٢}+٥ص+٤)+٧(ص^{٢}+٥ص+٤)$ خاصية التوزيع

$=ص^{٣}+٥ص^{٢}+٤ص+٧ص^{٢}+٣٥ص+٢٨$ بالضرب

$=ص^{٣}+١٢ص^{٢}+٣٩ص+٢٨$ بتجميع الحدود المتشابهه.

اختبر نفسك

١ - اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج (٢ س + ٣) (س + ٥) =			
أ) ٢ س^{٢} + ٨ س + ١٥	ب) س^{٢} + ٧س + ١٥	ج) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥	د) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ٨

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد ( )

٢ - العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة ( )

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(٤ ص^{٢} - ٣) (٤ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

(٤ م - ٣) (م + ٢)

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار , و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

٦_٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

تذكر:
ضرب ثنائيتي حد باستعمال طريقة التوزيع بالترتيب

ماذا سأتعلم ؟!
- أجد مربع مجموع حدين ومربع الفرق بينهما
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين =

مربع الاول + ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ+ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(٢س+٥)^{٢}$

$=(٢س)^{٢}+٢(٢س)(٥)+(٥)^{٢}$

$=٤س^{٢}+٢٠س+٢٥$

مربع الفرق بين حدين

مربع الفرق بين حدين =

مربع الاول – ٢ X الاول X الثاني +مربع الثاني

$(أ-ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب+ب^{٢}$

مثال

$(ب+٣)^{٢}$

$=(ب)^{٢}+٢(ب)(٣)+(٣)^{٢}$

$=ب^{٢}+٦ب+٩$

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

= مربع الحد الاول – مربع الحد الثاني

$(أ+ب)(أ-ب) = أ^{٢} - ب^{٢}$

مثال

$(٣د+٤)(٣د-٤) = (٣د)^{٢}-(٤)^{٢}$

$=٩د^{٢} - ١٦$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٦ص - ٣)^{٢} =			
أ) ٣٦ ص^{٢} + ١٨ ص - ٩	ب) ٣٦ ص^{٢} - ٣٦ ص + ٩	ج) ٣٦ ص^{٢} - ٩	د) ٣٦ص^{٢} - ١٨ ص - ٩
٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :			
أ) ص٢ - ٨١	ب) ٢ ص - ١٨	ج) ص٢ - ١٨ ص + ١٨	د) ص ٢ - ١٨ ص + ٨١

٢ - أوجد ناتج مايلي :

(س + ٥)^{٢}

(٥س - ٢ص)^{٢}

(٣س - ٢) (٣ س + ٢)

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

(٢ جـ - د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ + د)	(جـ + د) (جـ + د)

.....

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تحليل وحيدات الحد			الدرس	اختبر نفسك
استعمال خاصية التوزيع			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: $س^{٢} + ب ص + جـ = ٠$			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: $أس^{٢} + ب ص + جـ = ٠$			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين			الدرس	اختبر نفسك
المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

٧_١ تحليل وحيدات الحد

تذكر:
ضرب وحيدات حد
قسمة كثيرات حدود على وحيدة حد

ماذا سأتعلم؟!
- أحلل وحيدة الحد الى عواملها
- اجد القاسم المشترك الأكبر لوحيدات الحد

الصيغة التحليلة

تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلة اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية ومتغيرات بأُس (١)

مثال: ١٠س^{٣}ص^{٢} = ٢ X ٥ X س X س X س X ص X ص

القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر: هو حاصل ضرب العوامل الأولية المشتركة لهذين العددين وهو أكبر عدد يكون عاملًا لهذه الأعداد ويرمز له بالرمز (ق.م.أ)

القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

مثال : أوجدِ (ق.م.م) لوحيدتي الحد: ٦ س ص^{٣}، ١٨ ص ع

٦ س ص^{٣} = ٢ X ٣ X س X ص X ص X ص X ص احلل كل وحيدة حد تحليلاً تاماً

١٨ص ع = ٢ X ٣ X ٣ X ص X ع أضع دائرة حول العوامل المشتركة

إذن (ق.م.أ) لوحيدتي الحد ٦ س ص^{٣} ، ١٨ ص ع هو ٢ X ٣ X ص = ٦ ص

إيجاد القاسم المشترك الأكبر

مثال : لدى نورة ٢٠ وردة 30 زنبقة لعمل باقات زهور فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة ؟

الحل : أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠

- أكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية ٢ X ٢ X ٥ = ٢٠
- احدد العوامل المشتركه ٢ X ٣ X ٥ = ٣٠

أذن (ق .م . أ) للعددين ٢٠ وَ٣٠ هو ٢ X ٥ = ١٠ لذا يمكن لنورة عمل عشر باقات

وبما أن ٢ X ١٠ = ٢٠ ، ٣ X ١٠ = ٣٠ لذا فستحتوي كل باقة على وردتين و٣ زنابق

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ق . م . ا لوحيدتا الحد ٥ ب ، ١٥ أ ب^{٢}			
أ) ٣ ب	ب) ١٥ أ ب	ج) ٥ أ ب	د) ٥ ب
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س^{٢} ص هو :			
أ) ٢ × ٣ × س × س × ص	ب) ٦ × س × ص	ج) ٦ × س × س × ص	د) ٢ × ٣ × س × ص

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - القاسم المشترك الأكبر لعددين أو اكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد ( )

٢ - تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ ( )

٣- حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما :

١٢ س^{٢} ص^{٤}

- ٣٨ ر ب^{٢} ن^{٢}

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ١٥ سم^{٢} , ١٦ سم^{٢} , علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان .

٤- أوجد (ق . م . أ) لوحيدات الحد الآتية :

٢٤ م د^{٣} , ٤٨ م^{٢} د

تذكر:
إيجاد القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحيدات الحد

٧- ٢ استعمال خاصية التوزيع

ماذا سأتعلم ؟!
- ☑ كيفية استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود
- ☑ حل المعادلات التربيعية

استعمال خاصية التوزيع في التحليل

$٢٧ص^{٢} + ١٨ص$

نوجد القاسم المشترك الأكبر لجميع الحدود

الحد الأول = ٣×٣×٣×ص×ص

الحد الثاني = ٣×٣×٢×ص

القاسم المشترك الأكبر لكليهما = ٣×٣×ص = ٩ص

$٢٧ص^{2} + ١٨ص = ٩ص(٣ص) + ٩ص(٢)$

$= ٩ص(٣ص + ٢)$

التحليل بتجميع الحدود

حلل / ر ق + ٥ق − ر − ٥

(ر ق − ر) + (٥ق − ٥) نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

ر (ق − ١) + ٥ (ق − ١) نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

(ر + ٥) (ق − ١) خاصية التوزيع

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)

حلل / ٢م ك − ١٢م + ٤٢ − ٧ك

= (٢م ك − ١٢م) + (٤٢ − ٧ك) جمع حدودلها عوامل مشتركة

= ٢م (ك − ٦) + ٧ (٦ − ك) نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ

٦ − ك = − ١ (ك − ٧)

= ٢م (ك − ٦) + ٧ [(− ١) (ك − ٦)]

= ٢م (ك − ٦) − ٧ (ك − ٦) خاصية التجميع

= (٢م − ٧) (ك − ٦) خاصية التوزيع

خاصية الضرب الصفري

حل المعادلة التالية وتحقق من صحة الحل : ج = ٣ ج^{٢}

ج^{٢} − ٣ج = ٠

ج (ج − ٣) = ٠

إما ج = ٠ أو ج − ٣ = ٠ ← ج = ٣

إذاً الجذران هما ٠ ، ٣

التحقق / ٠^{٢} = ٣ (٠) = ٠

٣^{٢} = ٣ (٣) = ٩ ✓

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥ س ص - ١٠ ص هو =			
أ) ٥ ص	ب) ٥ ص (س - ٢)	ج) ص (٥ س - ١٠)	د) (س - ٢)
٢-مجموعة حل المعادلة ٣ س (س - ١) = ٠ هي :			
أ) { ٠ }	ب) { ٠ ، -١ }	ج) { ١ ، ٠ }	د) { ١ }

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا , فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا ( )

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

ن م + ٢ ن + ٨ م + ١٦

٥ - اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

راشد

٢ م^{٢} = ٤ م

٢ م^{٢} - ٤ م = ٠

٢ م (م - ٢) = ٠

٢ م = ٠ أو م - ٢ = ٠

م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢ م^{٢} = ٤ م

$$\frac{٢م^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٤م}{م^{٢}}$$

م = ٢

تذكر:
ضرب ثنائيات الحد باستعمال التوزيع

٣-٧ المعادلات التربيعية

$$س^{٢} + ب\ س + ج = ٠$$

- أحلل ثلاثية الحدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على الصورة المذكورة

تحليل $س^{٢} + ب\ س + ج$

عندما يكون ب ، ج موجبين

حلل / $ن^{٢} + ١٠ن + ٩$

ب = ١٠ ، ج = ٩ كلاهما موجبين

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٩ وحاصل جمعهما ١٠

٩ (١) = ٩ ، ٩+١=١٠

إذاً العددين ٩ ، ١

(ن + ٩) (ن+١)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ب سالبه و ج موجبة

حلل / $س^{٢} - ٨س + ١٢$

ب = −٨ ، ج = ١٢

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما = ١٢ وحاصل جمعهما = −٨

−٦ (−٢) = ١٢ ، (−٦)+(−٢)=−٨

إذاً العددين −٦ ، −٢

(س −٦) (س −٢)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

عندما تكون ج سالبة

حلل / $س^{٢} + ٢س - ١٥$

ب = ٢ ، ج = −١٥

إذاً نبحث عن عددين حاصل ضربهما = −١٥ وحاصل جمعهما = ٢

٥ (−٣) = −١٥ ، (٥)+(−٣)=٢

إذاً العددين ٥ ، −٣

(س −٣) (س + ٥)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

حل المعادلة التربيعية بالتحليل

حلل / $س^{٢} + ٣ س - ١٨$

نبحث عن عددين حاصل ضربهما = −١٨ وحاصل جمعهما = ٣

٦ (−٣) = −١٨ ، (−٣)+(٦)=٣

إذاً العددين −٣ ، ٦

(س −٣) (س + ٦)

وللتحقق نضرب العاملين لنحصل على العبارة الأصلية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود س^{٢} + س - ٢٠ =			
أ) (س + ٤) (س + ٥)	ب) (س + ٤) (س - ٥)	ج) (س - ٤) (س + ٥)	د) (س - ٤) (س - ٥)
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله (ص + ٢) تساوي ص ^{٢} - ٤ ص - ١٢ سم^{٢} . فإن عرضه يساوي			
أ) (ص - ٦)	ب) (ص + ٦)	ج) (ص - ٢)	د) (ص - ٤)

٢- حلل كثيرة الحدود :

ن ^{٢} + ٤ ن - ٢١

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

س ^{٢} + ١٠ س + ٩ = ٠

٤- اكتشف الخطأ : حلل كل من ماجد و خليل العبارة : س ^{٢} + ٦ س - ١٦ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

ماجد

س ^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س + ٢) (س - ٨)

خليل

س ^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س - ٢) (س + ٨)

.....

٧- ٤ المعادلات التربيعية

أ س^{٢} + ب س + ج = ٠

تذكر:

تحليل ثلاثية حدود على الصورة

س + ب س + ج = ٠

ماذا سأتعلم ؟!

- أحلل ثلاثية حدود على الصورة المذكورة
- أحل معادلات على نفس الصورة

تحليل أ س^{٢} + ب س + ج = ٠

تحليل أ س^{٢} − ب س + ج = ٠

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

٥ س^{٢} + ١٣ س + ٦

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

س^{٢} + ١٣ س + ٣٠

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٥ (٦) = ٣٠ ، ٥+١٣≠٦ اختيار خاطئ

١٠(٣) = ٣٠ ، ١٠ + ٣ = ١٣ اختيار صحيح

(س + ١٠) (س + ٣)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٥

$\frac{(س + ١٠)}{٥}$ $\frac{(س + ٣)}{٥}$

$\frac{٣(٥)+س(٥)}{٥}$

(س + ٢) (٥س + ٣)

حلل ثلاثية الحدود التاليه /

٢ و^{٢} − و − ١

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح ثلاثية الحدود على الصورة

و^{٢} − و − ٢

الان نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

٢ (−١) = −٢ ، ٢+(−١)≠ −١ اختيار خاطئ

−٢(١) = −٢ ، (−٢)+١ = −١ اختيار صحيح

(و − ٢) (و + ١)

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العدديه فقط على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٢

$\frac{(و - ٢)}{٢}$ $\frac{(و + ١)}{٢}$

$\frac{١(٢)+س(٢)}{٢}$

(و − ١) (٢و + ١)

تحديد كثيرة الحدود الأولية

حلل العبارة ٤ س^{٢} − ٣ س + ٥ إن أمكن وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب أولية ؟

الحل / في ثلاثية الحدود نجد أن أ = ٤ ، ب = −٣ ، ج = ٥

وبما أن ب سالبة فإن حاصل جمع العددين المختارين يكون سالباً وبما أن ج موجبة فإن حاصل ضرب العددين المختارين سيكون موجباً لذا سيكون العددان المختارين سالبين وعند تكوين قائمة بعوامل العدد ٢٠

(حاصل ضرب أ في ج) لانجد عاملان مجموعهما −٣ لذلك لايمكن تحليل العبارة التربيعية

إذاً العبارة التربيعية المعطاة هي أولية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - تحليل كثيرة الحدود ٢س^{٢} + ٥ س + ٣ هو :			
أ) (٢س+ ٣) (س + ١)	ب) (٢س- ١) (س + ٣)	ج) (س- ٥) (س- ٣)	د) (٢س- ٣) (س- ٢)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣ س ٢ - ١٠ س + ٨ = ٠ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو :			
أ) $\frac{٣}{٤}$	ب) $\frac{٤}{٣}$	ج) ٣	د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى .....

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

٢س^{٢} + ٩ س + ٩

٥ ص^{٢} - ٣ ص + ٤

٤ - اكتشف الخطأ : حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س^{٢} - س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

زكريا

٦س^{٢} - س = ١٢

٦س^{٢} - س - ١٢ = ٠

(٢ س - ٣) (٣ س + ٤) = ٠

٢ س - ٣ = ٠ أو ٣ س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = - $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} - س = ١٢

س (٦ س - ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦ س - ١ = ١٢

٦ س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

.....

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (الفرق بين مربعين)

تذكر:
تحليل ثلاثية الحدود

ماذا سأتعلم ؟!
- أحلل ثنائية حد إلى فرق بين مربعين
- أحل معادلات باستخدام الفرق بين مربعين

تحليل الفرق بين مربعين

حلل / ٨١ ـ ج^{٢}

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
٩^{٢} ـ ج^{٢}

إذاً يمكن تطبيق قانون الفرق بين مربعين
نحلل حسب قانون الفرق بين مربعين
(٩ ـ ج) (٩ + ج)

تطبيق التحليل أكثر من مرة

حلل / ب^{٢} ـ ١٦

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
(ب)^{٢} ـ (٤)^{٢}

ونكتبها على الصورة
نحلل الفرق بين مربعين
(ب ـ ٤)^{٢} (ب + ٤)^{٢}
(ب ـ ٢)(ب + ٢)(ب + ٤)

تطبيق طرق مختلفة

حلل / ٥ س^{٥} ـ ٤٥

٥ س (س^{٤} ـ ٩)
نأخذ ٥ س عامل مشترك
ونكتب س^{٤} ـ ٩ على صورة أ^{٢} ـ ب^{٢}
= ٥ س [(س^{٢})^{٢} ـ (٣)^{٢}]
= ٥ س (س^{٢} ـ ٣) (س^{٢} + ٣)
لاحظ أن س^{٢} ـ ٣ ليس فرقاً بين مربعين
لإن ٣ ليس مربعاً كاملاً

حل معادلة بالتحليل

مالقيمة الموجبة ل س اللتي تحقق المعادلة
ص = س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ إذا كانت ص = ٠

نعوض عن ص ب (صفر) ثم نحل المعادلة
س^{٢} ـ $\frac{٩}{١٦}$ = ٠

س^{٢} ـ ($\frac{٣}{٤}$)^{٢} = ٠
(س + $\frac{٣}{٤}$) (س ـ $\frac{٣}{٤}$) = ٠
إما س + $\frac{٣}{٤}$ = ٠ أو س ـ $\frac{٣}{٤}$ = ٠
س = ـ $\frac{٣}{٤}$ ، س = $\frac{٣}{٤}$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٤ م^{٢} - ٢٥ =			
أ) (٢م + ٥) (٢ م + ٥)	ب) (٢م + ٥) (٢ م - ٥)	ج) (٢م - ٥) (٢ م - ٥)	د) أولية

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

س^{٢} - ٩ =	(س^{٢} - ٣) (س^{٢} + ٣)
س^{٤} - ٩ =	(٣ - س) (٣ + س)
٩ - س^{٢} =	(س - ٩) (س + ٩)
س^{٢} - ٨١ =	(س - ٣) (س + ٣)

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يلي : ٢م^{٣} + م^{٢} - ٥٠ م - ٢٥

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

هلا	منى
١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}	١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}
(٤س - ٥ ص) (٤ س+ ٥ ص)	(٤س^{٢} - ٥ ص) (٤ س^{٢}+ ٥ ص)

.....

٧ـ٥ المعادلات التربيعية (المربعات الكاملة)

تذكر:

(ضرب مجموع وحيدتي حد في الفرق بينهما)

ماذا سأتعلم ؟!

- تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل
- حل معادلات تتضمن مربعات كاملة

تمييز ثلاثية الحدود التي تشكل مربع كامل وتحليلها

حدد ما إذا كانت ثلاثية حدود التالية تشكل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحللها

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩

× هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم، ٤ ص^{٢} = (٢ص)^{٢}

× هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم، ٩ = ٣^{٢}

× هل الحد الأوسط = ٢(٢ص)(٣) ؟ نعم، ١٢ص = ٢(٢ص)(٣)

× بما أنه تحققت الشروط الثلاثة إذاً العبارة تشكل مربع كامل

٤ ص^{٢} +١٢ص + ٩.

= (٢ص)^{٢} + ٢ (٢ص) (٣) + ٣^{٢}.

= (٢ص + ٣)^{٢}

التحليل التام

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية :

٥ س^{٢} ـ ٨٠

نحلل باستخراج ق.م.أ

٥ س^{٢} ـ ٨٠ = ٥(س)(س) ـ ٥(١٦)

ق.م.أ = ٥

٥س^{٢} ـ ٨٠ = ٥ (س^{٢} ـ ١٦)

نلاحظ ان عدد الحدود اثنان وتشكل فرق بين مربعين

= ٥(س^{٢} ـ ٤)

= ٥ (س+٢) (س ـ٢)

حل معادلات تتضمن عوامل مكررة

حلل المعادلة ٩ س^{٢} ـ ٤٨س = ـ٦٤

٩ س^{٢} ـ ٤٨ س + ٦٤ = ـ٦٤+٦٤

٩ س^{٢} ـ ٤٨ س + ٦٤ = ٠

يتضح لنا أنها ثلاثية حدود تمثل مربع كامل

(٣س)^{٢} ـ ٢ (٣س)(٨) + (٨) = .

(نأخذ جذر الأول وإشارة الأوسط وجذر الثاني)

(٣س ـ ٨)^{٢} = ٠

(٣س ـ ٨)(٣س ـ ٨) = ٠

استعمال خاصية الجذر التربيعي

حلل المعادلة (ص ـ ٦)^{٢} = ٨١

لحذف التربيع نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

(ص ـ ٦)^{٢} = ± √٨١ × الجذر يلغي التربيع

ص ـ ٦ = ± ٩

ص = ٦ ± ٩

ص = ٦+٩ أو ص = ٦ ـ ٩

ص = ١٥ أو ص = ـ ٣

الجذران هما ١٥ ، ـ ٣

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة س^{٢} + ١٢ س + ٣٦ = ٠ هي :			
أ) -٢	ب) ٤	ج) -٦	د) ٦

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - كثيرة الحدود ٦ س^{٢} + ٣٠ س + ٣٦ تُشكل مربع كامل ( )

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا , و إذا كانت كذلك فحللها .

١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩

٤ - حل المعادلة (س - ٤)^{٢} = ٦٤ .

٥- أكتشف الخطأ : حلل منصور و فيصل العبارة س^{٨} - س^{٤} . تحليلا تاما , فأيهما إجابته صحيحة ؟

منصور

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س^{٢} - ١)

فيصل

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س - ١) (س + ١)

.....

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثنائية الحد وطرق حلها

تحليل ثنائية الحد

القاسم المشترك الأكبر

٥س ص − ١٠س

نأخذ

٥س عامل مشترك

٥س(ص − ٢)

الفرق بين مربعين

$س^{٢} - ٢٥$

$(س)(س) - (٥)(٥)$

$=(س-٥)(س+٥)$

القاسم المشترك الأكبر + الفرق بين مربعين

$٢س^{٢} - ٣٢$

$٢(س^{٢}) - ٢(١٦)$

$٢(س^{٢} - ١٦)$

$٢(س^{٢} - ٤^{٢})$

$٢(س-٤)(س+٤)$

تكرار القانون أكثر من مرة

$س^{٤} - ١$

$(س^{٢})^{٢} - (١)(١)$

$(س^{٢}+١)(س^{٢}-١)$

$(س^{٢}+١)(س^{٢}-١)$

$(س^{٢}+١)(س-١)(س+١)$

ملاحظة هامة /

ثنائية الحد ($س^{٢} + ٩$) أولية بينما ثنائية الحد ($س^{٢} - ٩$) ليست أولية لانه يمكن حلها بالفرق بين مربعين

ثنائية الحد ($٢س^{٢} + ١٨$) ليست أولية لانه يوجد قاسم مشترك $٢(س^{٢}+٩)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثلاثية الحد وطرق حلها

تحليل ثلاثية الحدود

القاسم المشترك الأكبر

$٧ س ص + ١٤ س ص^{٢} + ٢١ س^{٢} ص$

$(٧)(س)(ص)+(٢)(٧)(س)$

$(ص)(ص)+(٣)(٧)(س)$

$(س)(ص)$

$= ٧ س ص (١+٢ص+٣س)$

على الصورة $س^{٢} + ب س + ج$

$س^{٢} + ٧ س + ٦$

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم ٦

وحاصل جمعهم ٧

$(١)(٦)=٦$

$١ + ٦ = ٧$

$= (س + ١) (س + ٦)$

$س^{٢} - ٣ س - ٢٨$

ابحث عن عددين

حاصل ضربهم -٢٨

وحاصل جمعهم -٣

$(-٧)(٤)= -٢٨$

$-٧ + ٤ = -٣$

$= (س - ٧)(س + ٤)$

على الصورة $أ س^{٢} + ب س + ج$

$١٠ س^{٢} - س - ٣$

الطريقة الاولى :

نضرب أ في الحد الثابت ليكون معامل س

١=

$س^{٢} - س - ٣٠$

نبحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠

وحاصل جمعهم -١

$(-٦)(٥) = -٣٠$

$-٦+٥=-١$

$(س-٦)(س+٥)$

نعيدها لاصلها بقسمة الثوابت على أ

ثم نبسطها فتصبح على الصورة

$(٥س-٣)(٢س+١)$

$١٥ س^{٢} + ٧ س - ٢$

الطريقة الثانية : $١٥ (-٢) = -٣٠$

ابحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠

وحاصل جمعهم ٧

$١٠ (-٣) = -٣٠$

$١٠ - ٣ = ٧$

$١٥ س^{٢} - ٣ س + ١٠ س - ٢$

$٣ س (٥ س - ١) + ٢ (٥ س - ١)$

$(٣ س + ٢)(٥ س - ١)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات

قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل رباعية الحدود وطرق حلها

تحليل رباعية الحدود

تحليل بالتجميع

$٤ س^{٢} + ٨ س + س + ٢$

$(٢)(٢)(س)(س) + (٢)(٢)(٢)(س) + س + ٢$

$٤ س (س + ٢) + ١ (س + ٢)$

$(٤ س + ١)(س + ٢)$

تحليل بجمع النظائر

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

الطريقة الأولى

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

$(١٠ س - ٥٠ س) + (- س + ٥)$

$١٠ س (س - ٥) - ١ (س - ٥)$

$(١٠ س - ١)(س - ٥)$

الطريقة الثانية

$١٠ س^{٢} - ٥٠ س - س + ٥$

$١٠ س (س - ٥) - ١ (س - ٥)$

$(١٠ س - ١)(س - ٥)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذه / رفعه العرجاني

ملحق الإجابات

الفصل السادس

اختبر نفسك
ضرب وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحيدة حد :			
أ) $\frac{\text{س ص ع}^{٢}}{٢}$	ب) $\frac{\text{م ف}^{-٢}}{\text{ن}}$	ج) ٢٣أب جـ د^{٢}	د) ٣س^{٢} ص^{٣} ك^{٦}
٢- تبسيط العبارة (٦ن^{٣}) (٢ن^{٧}) =			
أ) ١٢ ن^{١٠}	ب) ٨ ن^{١٠}	ج) ٨ ن^{٤}	د) ١٢ ن^{٢١}

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^{٣} , وعرضه ٥ س^{٢} فإن مساحته تساوي ١٢٥ س^{٥}

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وحيدة حد

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس (✗)

٢ - العبارة س - ٢١ وحيدة حد (✗)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

(٥ م^{٤} ف) (٧ م^{٤} ف^{٣})

= (٥ x ٧) (م^{٤} x م^{٤}) (ف x ف^{٣})

= ٣٥ م^{٨} ف^{٤}

(-٢ ف^{٢} ج^{٣} ل^{٢})^{٣}

= (-٢)^{٣} (ف^{٢})^{٣} (ج^{٣})^{٣} (ل^{٢})^{٣}

= -٨ ف^{٦} ج^{٩} ل^{٦}

[(٢^{٣})^{٢}]^{٢}

= (٢ $^{٣ x ٢}$)^{٢}

= (٢^{٦})^{٢}

= ٢^{١٢}

اختبر نفسك

قسمة وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $\frac{م^{٤} ن^{٢}}{م^{٢} ن}$ =			
أ) $\frac{ن^{٢}}{م}$	ب) $\frac{م^{٢}}{ن}$	ج) $م^{٢} ن$	د) $م^{٢} ن^{٣}$
٢- تبسيط العبارة $\frac{ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}}{ب^{٢} جـ}$ =			
أ) $ب^{٢} جـ$	ب) $ب^{٤} جـ^{٢} د$	ج) $ب^{٤} د$	د) $ب^{٤} جـ^{٢} د^{٠}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة رتبة المقدار

٣ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس (✓)

٢ - تبسيط العبارة $(٣ س^{٢} ص)^{٠}$ = $٣ س^{٢} ص$ (✗)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$$\frac{ر^{٤} ن^{٧} ف^{٢}}{ن^{٧} ف^{٢}}$$

$= (ر^{٤})(ن^{٧-٧})(ف^{٢-٢})$

$= ر^{٤} ن^{٠} ف^{٠}$

$= ر^{٤}$

$$\frac{ر^{٣} ن^{-١} س^{-٥}}{ن س^{٥}}$$

$= (ر^{٣})(ن^{-١-١})(س^{-٥-٥})$

$= ر^{٣} ن^{-٢} س^{-١٠}$

$$= \frac{ر^{٣}}{ن^{٢} س^{١٠}}$$

$$\left(\frac{٤ س^{٣}}{٣ ص^{٤}}\right)^{٣}$$

$$= \frac{(٤)^{٣}(س^{٣})^{٣}}{(٣)^{٣}(ص^{٤})^{٣}}$$

$$= \frac{٦٤ س^{٩}}{٢٧ ص^{١٢}}$$

اختبر نفسك
كثيرات الحدود

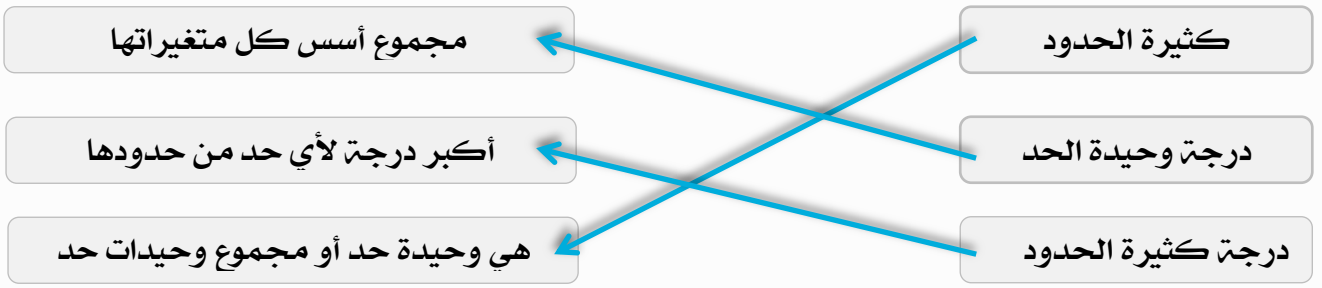
١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود ٢ س^{٢} - ٤ س - ٦ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد ٢ د ^{٥} ب ^{٣} هي :			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - درجة كثيرة الحدود ٤ س ^{٥} + ٥ س - ٣ من الدرجة الثالثة (✗)

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :



٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية , وحدد المعامل الرئيس فيها :

- س ^{٢} + ٣ + ٣ س ^{٣} + ٣ س

الصورة القياسية هي :

٣س ^{٣} - س ^{٢} + ٣ س + ٣

المعامل الرئيس هو ٣

اختبر نفسك
جمع كثيرات الحدود و طرحها

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =			
أ) ٥ ص + ٦	ب) ص - ٤	ج) - ص - ٦	د) - ص - ٤

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة	(✓)

٣ - أوجد ناتج مايلي :

(س ٢ ص - ٣ س ٢ + ص) + (٣ ص - ٢ س ٢ ص)

= [س ٢ ص + (- ٢ س ٢ ص)] + (- ٣ س ٢) + (ص + ٣ ص)

= - س ٢ ص - ٣ س ٢ + ٤ ص

(٨ ص - ١٠ + ٥ ص ٢) - (٧ - ص ٢ + ١٢ ص)

= (٨ ص - ١٠ + ٥ ص ٢) + (- ٧ + ص ٢ - ١٢ ص)

= [٨ ص + (- ١٢ ص)] + [- ١٠ + (- ٧)] + (٥ ص ٢ + ص ٢)

= - ٤ ص - ١٧ + ٦ ص ٢

٤ - اكتشف الخطأ : يجد كل من ثامر و سلطان ناتج : (٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢) . فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

ثامر

(٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢)

= (٢ س ٢ - س) + (- ٣ س + ٣ س ٢ - ٢)

= ٥ س ٢ - ٤ س - ٢

سلطان

(٢ س ٢ - س) - (٣ س + ٣ س ٢ - ٢)

= (٢ س ٢ - س) + (- ٣ س - ٣ س ٢ - ٢)

= - س ٢ - ٤ س - ٢

كلاهما إجابته خطأ , فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح . إذ إن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب في - ١

اختبر نفسك
ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ناتج (٢ س + ٣) (س + ٥) =			
أ) ٢ س^{٢} + ٨ س + ١٥	ب) س^{٢} + ٧س + ١٥	ج) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥	د) ٢ س^{٢} + ١٣ س + ٨

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد (✓)

٢ - العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة (✗)

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

(٤ ص^{٢} - ٣) (٤ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

= ٤ ص^{٢} (٤ ص^{٢} + ٧ ص + ٢) - ٣ (٤ ص^{٢} + ٧ ص + ٢)

= ١٦ ص^{٤} + ٢٨ ص^{٣} + ٨ ص^{٢} - ١٢ ص^{٢} - ٢١ ص - ٦

= ١٦ ص ٤ + ٢٨ ص٣ - ٤ ص ٢ - ٢١ ص - ٦

(٤ م - ٣) (م + ٢)

= ٤ م (م + ٢) - ٣ (م + ٢)

= ٤ م^{٢} + ٨ م - ٣ م - ٦

= ٤ م^{٢} + ٥ م - ٦

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار , و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

المساحة الكلية = (٢ س + طول الحديقة) (٢ س + عرض الحديقة)

= (٢ س + ٦) (٢ س + ٨)

= ٤ س^{٢} + ١٦ س + ١٢ س + ٤٨

= ٤س^{٢} + ٢٨ س + ٤٨

اختبر نفسك

حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - ناتج (٦ص - ٣)^{٢} =			
أ) ٣٦ ص^{٢} + ١٨ ص - ٩	ب) ٣٦ ص^{٢} - ٣٦ ص + ٩	ج) ٣٦ ص^{٢} - ٩	د) ٣٦ص^{٢} - ١٨ ص - ٩
٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :			
أ) ص٢ - ٨١	ب) ٢ ص - ١٨	ج) ص٢ - ١٨ ص + ١٨	د) ص ٢ - ١٨ ص + ٨١

٢ - أوجد ناتج مايلي :

(س + ٥)^{٢}

= س^{٢} + ٢ (س) (٥) + (٥)^{٢}

= س^{٢} + ١٠ س + ٢٥

(٥س - ٢ص)^{٢}

= (٥ س)^{٢} - ٢ (٥ س) (٢ ص) + (٢ ص)^{٢}

= ٢٥ س^{٢} - ٢٠ س ص + ٤ ص^{٢}

(٣س - ٢) (٣ س + ٢)

= (٣ س)^{٢} - (٢)^{٢}

= ٩ س^{٢} - ٤

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

(٢ جـ - د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ - د)	(٢ جـ + د) (٢ جـ + د)	(جـ + د) (جـ + د)

(٢ جـ + د) (٢ جـ - د) لإن ناتج الضرب لا يحتوي على حد أوسط بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد أوسط

ملحق الإجابات

الفصل السابع

اختبر نفسك
تحليل وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- ق . م . ا لوحيدتا الحد ٥ ب ، ١٥ أ ب^{٢}			
أ) ٣ ب	ب) ١٥ أ ب	ج) ٥ أ ب	د) ٥ ب
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س^{٢} ص هو :			
أ) ٢ × ٣ × س × س × ص	ب) ٦ × س × ص	ج) ٦ × س × س × ص	د) ٢ × ٣ × س × ص

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - القاسم المشترك الأكبر لعددين أو اكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد (✗)

٢ - تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ (✓)

٣- حلل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما :

١٢ س ٢ ص٤

= ٢ X ٢ X ٣ X س X س X ص X ص X ص X ص

- ٣٨ ر ب٢ ن ٢

= - ١ X ٢ X ١٩ X ب X ب X ن X ن

٤- أوجد (ق . م . أ) لكل زوج من وحيدات الحد الآتية :

٢٤ م د^{٣} ، ٤٨ م^{٢} د

٢٤ م د^{٣} = ② × ② X ② X ③ X م X د X د X د

٤٨ م^{٢} د = = ② X ② X ② X ② X ③ X م X م X د

(ق . م . أ) لوحيدتي الحد هو ٢٤ م د

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتاهما ١٥ سم^{٢} ، ١٦ سم^{٢} ، علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان .

١٥ = ٣ × ٥

١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

أكبر قيمة = ١ سم

اختبر نفسك
استعمال خاصية التوزيع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥ س ص - ١٠ ص هو			
أ) ٥ ص	ب) ٥ ص (س - ٢)	ج) ص (٥ س - ١٠)	د) (س - ٢)
٢ - مجموعة حل المعادلة ٣ س (س - ١) = ٠ هي :			
أ) { ٠ }	ب) { ٠ ، -١ }	ج) { ١ ، ٠ }	د) { ١ }

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا , فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا (✓)

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}

١٢ ل ك^{٢} = ٢ × ٢ × ٣ × ل × ك × ك حلل كل حد
٦ ل^{٢} ك = ٢ × ٣ × ل × ل × ك نضع دائرة حول العوامل المشتركة
٢ ل^{٢} ك^{٢} = ٢ × ل × ل × ك × ك
(ق . م . أ) = ٢ ل ك
١٢ ل ك^{٢} + ٦ ل^{٢} ك + ٢ ل^{٢} ك^{٢}
أعد كتابة كل حد باستعمال (ق . م . أ)
= ٢ ل ك (٦ ك) + ٢ ل ك (٣ ل) + ٢ ل ك (ل ك)
= ٢ ل ك (٦ ك + ٣ ل + ل ك)

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية :

ن م + ٢ ن + ٨ م + ١٦

= (ن م + ٢ ن) + (٨ م + ١٦)
جمع الحدود ذات العوامل المشتركة
= ن (م + ٢) + ٨ (م + ٢)
حلل كل تجميع بإخراج (ق . م . أ)
= (م + ٢) (ن + ٨)
خاصية التوزيع

٥ - اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢ م^{٢} = ٤ م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

راشد

٢ م^{٢} = ٤ م
٢ م^{٢} - ٤ م = ٠
٢ م (م - ٢) = ٠
٢ م = ٠ أو م - ٢ = ٠
م = ٠ أو م = ٢

حمد

٢ م^{٢} = ٤ م

$\frac{٢م^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٤م}{م^{٢}}$

م = ٢

الإجابة

راشد يجب جعل أحد طرفي المعادلة صفرا . و لا يصح القسمة على متغير , لأنه قد تكون قيمة المتغير صفرا

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $س^{٢} + س - ٢٠ =$

أ) (س + ٤) (س + ٥)	ب) (س + ٤) (س - ٥)	ج) (س - ٤) (س + ٥)	د) (س - ٤) (س - ٥)

٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله (ص + ٢) تساوي $ص^{٢} - ٤$ ص - ١٢ سم^{٢} . فإن عرضه يساوي

أ) (ص - ٦)	ب) (ص + ٦)	ج) (ص - ٢)	د) (ص - ٤)

٢- حلل كثيرة الحدود :

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١$

ب = ٤ , ج = - ٢١

عوامل العدد - ٢١	مجموع العاملين
١ , ٢١ -	٢٠
٣ , ٧ -	٤

العاملان الصحيحان هما ٣ , ٧ -

$ن^{٢} + ٤ ن - ٢١ = (ن - ٣) (ن + ٧)$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$س^{٢} + ١٠ س + ٩ = ٠$

$(س + ٩) (س + ١) = ٠$

$س + ٩ = ٠$, $س + ١ = ٠$

$س = - ٩$, $س = - ١$

التحقق من الحل

نعوض عن س = - ٩ في المعادلة الاصلية

$(- ٩)^{٢} + ١٠ (- ٩) + ٩ = ٠$

$٨١ - ٩٠ + ٩ = ٠$

نعوض عن س = - ١ في المعادلة الاصلية

$(- ١)^{٢} + ١٠ (- ١) + ٩ = ٠$

$١ - ١٠ + ٩ = ٠$

٤- **اكتشف الخطأ** : حلل كل من ماجد و خليل العبارة : $س^{٢} + ٦ س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

ماجد

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س + ٢) (س - ٨)$

خليل

$س^{٢} + ٦ س - ١٦ = (س - ٢) (س + ٨)$

خليل , عند ضرب العاملي اللذين يشكلان إجابة ماجد يكونن الناتج $س^{٢} + ٦ س - ١٦$, إلا أن الحد الأوسط يجب أن يكون موجبا

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : أس^{٢} + ب س + جـ = ٠

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - تحليل كثيرة الحدود ٢س^{٢} + ٥ س + ٣ هو :			
أ) (٢س+ ٣) (س + ١)	ب) (٢س- ١) (س + ٣)	ج) (س- ٥) (س- ٣)	د) (٢س- ٣) (س- ٢)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣ س ٢ - ١٠ س + ٨ = ٠ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو :			
أ) $\frac{٣}{٤}$	ب) $\frac{٤}{٣}$	ج) ٣	د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى **كثيرة حدود أولية**

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

٢س^{٢} + ٩ س + ٩

أ = ٢ , ب = ٩ , ج = ٩

عوامل العدد ١٨	مجموع العوامل
٣ , ٦	٩

٢س^{٢} + ٩ س + ٩ = ٢س^{٢} + ٣ س + ٦ س + ٩

= (٢س^{٢} + ٣ س) + (٦ س + ٩)

= س (٢ س + ٣) + ٣ (٢ س + ٣)

= (س + ٣) (٢س + ٣)

٥ ص^{٢} - ٣ ص + ٤

أ = ٥ ب = - ٣ , ج = ٤

عوامل العدد ٢٠	مجموع العوامل
- ١ , - ٢٠	- ٢١
- ٤ , - ٥	- ٩
- ٢ , - ١٠	- ١٢

كثيرة حدود أولية لأنه لا يوجد عاملان مجموعها - ٣

٤ - اكتشف الخطأ : حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س^{٢} - س = ١٢ . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

زكريا

٦س^{٢} - س = ١٢

٦س^{٢} - س - ١٢ = ٠

(٢ س - ٣) (٣ س + ٤) = ٠

٢ س - ٣ = ٠ أو ٣ س + ٤ = ٠

س = $\frac{٣}{٢}$ أو س = - $\frac{٤}{٣}$

سامي

٦س^{٢} - س = ١٢

س (٦ س - ١) = ١٢

س = ١٢ أو ٦ س - ١ = ١٢

٦ س = ١٣ أو س = $\frac{١٣}{٦}$

الإجابة :

زكريا , أعد كتابة المعادلة للحصول على الصفر في أحد طرفيها . ثم حلل و حل باستعمال خاصية الضرب الصفري.

اختبر نفسك
المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٤ م^{٢} - ٢٥ =			
أ) (٢م + ٥) (٢ م + ٥)	ب) (٢م + ٥) (٢ م - ٥)	ج) (٢م - ٥) (٢ م - ٥)	د) أولية

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

س^{٢} - ٩ =	(س^{٢} - ٣) (س^{٢} + ٣)
س^{٤} - ٩ =	(٣ - س) (٣ + س)
٩ - س^{٢} =	(س - ٩) (س + ٩)
س^{٢} - ٨١ =	(س - ٣) (س + ٣)

٣- حلل كل كثيرة حدود فيما يلي : ٢م^{٣} + م^{٢} - ٥٠ م - ٢٥

= (٢م^{٣} + م^{٢}) - (٥٠ م + ٢٥)	جمع الحدود ذات العوامل المشتركة
= م^{٢} (٢م + ١) - ٢٥ (٢م + ١)	حلل كل تجمع
= (م^{٢} - ٢٥) (٢ م + ١)	عامل مشترك
= (م + ٥) (م - ٥) (٢ م + ١)	تحليل الفرق بين مربعين

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

هلا	منى
١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}	١٦ س^{٤} - ٢٥ ص^{٢}
(٤س - ٥ ص) (٤ س + ٥ ص)	(٤س^{٢} - ٥ ص) (٤ س^{٢} + ٥ ص)

منى عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب ١٦ س^{٢} - ٢٥ ص^{٢}

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية : المربعات الكاملة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة س^{٢} + ١٢ س + ٣٦ = ٠ هي :			
أ) -٢	ب) ٤	ج) -٦	د) ٦

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١ - كثيرة الحدود ٦ س^{٢} + ٣٠ س + ٣٦ تُشكل مربع كامل (✗)

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا , و إذا كانت كذلك فحللها .

١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩

الحد الأول مربع كامل لأن ١٦ ص^{٢} = (٤ ص)^{٢}

الحد الأخير مربع كامل لآن ٤٩ = ٧^{٢}

الحد الأوسط = - ٢ × (٤ ص) × ٧ = - ٥٦ ص

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة فإن العبارة

١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩ تشكل مربعا كاملا

١٦ ص^{٢} - ٥٦ ص + ٤٩ =

(٤ ص)^{٢} - ٢ (٤ ص) × ٧ + ٧^{٢}

= (٤ ص - ٧)^{٢}

٤ - حل المعادلة (س - ٤)^{٢} = ٦٤ .

$\sqrt{(س - ٤)^{٢}} = \sqrt{٦٤}$

س - ٤ = ± ٨

س - ٤ = ٨ أو س - ٤ = - ٨

س = ٨ + ٤ أو س = - ٨ + ٤

س = ١٢ أو س = - ٤

الجذران هما ١٢ و - ٤

٥- أكتشف الخطأ : حلل منصور و فيصل العبارة س^{٨} - س^{٤} . تحليلا تاما , فأيهما إجابته صحيحة ؟

منصور

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س^{٢} - ١)

فيصل

س^{٨} - س^{٤} = س^{٤} (س^{٢} + ١) (س - ١) (س + ١)

فيصل , لم يحلل منصور العبارة تحليلا تاما

المراجع

ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي الأول
وزارة التعليم
مجموعة العبيكان للاستثمار